

Q. 04 Every T_3 -space is a -

- | | |
|----------------------|----------------------|
| a) Regular and T_2 | b) Regular and T_1 |
| c) Normal and T_1 | d) Normal and T_2 |

प्रत्येक T_3 -समष्टि है -

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a) नियमित तथा T_2 | b) नियमित तथा T_1 |
| c) प्रसामान्य तथा T_1 | d) प्रसामान्य तथा T_2 |

Q. 05 The largest open set contained in any set in a topological space is called its -

- | | |
|-------------|------------------|
| a) Interior | b) Closure |
| c) Boundary | d) None of these |

एक सांस्थितिक समष्टि के किसी समुच्चय में अंतर्विष्ट होने वाला सबसे बड़ा विवृत समुच्चय कहलाता है उसका -

- | | |
|-------------|----------------------------|
| a) अभ्यन्तर | b) संवरक |
| c) परिसीमा | d) उपरोक्त में से कोई नहीं |

[Section - B]

This Section contains **Short Answer Type Questions**. Attempt **any five** questions in this section in 200 words each. Each question carries **7 Marks**.

इस खण्ड में लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। इस खण्ड में किन्हीं पांच प्रश्नों को हल करें। प्रत्येक उत्तर 200 शब्दों में लिखें। प्रत्येक प्रश्न 7 अंक का है।

Q. 01 Let X be a topological space and $A \subset X$. Then prove that $\bar{A} = \{x \mid \text{every open set } U \text{ containing } x \text{ intersects } A\}$

मान लो X एक सांस्थितिक समष्टि है तथा $A \subset X$ तब सिद्ध कीजिये कि

$\bar{A} = \{x \mid x \text{ को अंतर्विष्ट करने वाला प्रत्येक विवृत समुच्चय } U, A \text{ को प्रतिच्छेद (intersects) करता है}\}$

Q. 02 Let $Z \subset Y \subset X$ and τ is a topology on X . Then prove that $(\tau / Y) / Z = \tau / Z$.

मानलो $Z \subset Y \subset X$ तथा τ , X पर एक सांस्थिति है तब सिद्ध कीजिये कि $(\tau / Y) / Z = \tau / Z$.

Q. 03 Let X , Y and Z be topological spaces and let $f : X \rightarrow Y$ and $g : Y \rightarrow Z$ be continuous maps. Then prove that $g \circ f : X \rightarrow Z$ is continuous.

मानलो X , Y तथा Z सांस्थितिक समष्टियाँ हैं और मान लो $f : X \rightarrow Y$ तथा $g : Y \rightarrow Z$ संतत फलन हैं तब सिद्ध कीजिये कि $g \circ f : X \rightarrow Z$ संतत है।

Q. 04 Define the following in topological space -

- i) Closure of a set ii) Interior of a set iii) Limit point of a set

निम्न को एक सांस्थितिक समष्टि में परिभाषित कीजिये -

- i) समुच्चय का संवरक ii) समुच्चय का अभ्यन्तर iii) समुच्चय का सीमा बिन्दु

Cont. . .

- Q. 05** Let β be a base for a topology on a set X and let $Y \subset X$. Then prove that the set $\beta / Y = \{B \cap Y \mid B \in \beta\}$ is a base for the topology τ / Y on Y .
मानलो β एक समुच्चय X पर एक सांस्थिति का आधार है तथा $Y \subset X$ तब सिद्ध कीजिये कि समुच्चय $\beta / Y = \{B \cap Y \mid B \in \beta\}$, Y पर सांस्थिति τ / Y का एक आधार है।
- Q. 06** Prove that a continuous image of a compact space is compact.
सिद्ध कीजिये कि संहत समष्टि का संतत् प्रतिबिम्ब भी संहत होता है।
- Q. 07** Let $f : X \rightarrow Y$ be a bijective continuous function. If X is compact and Y is Hausdorff space then prove that f is a homeomorphism.
मानलो $f : X \rightarrow Y$ एक एकैकी आच्छादक तथा संतत् फलन है। यदि X संहत तथा Y हाउसडॉर्फ सांस्थितिक है, तब सिद्ध कीजिये कि f समरूप (homeomorphism) है।
- Q. 08** Prove that every subspace of a T_2 - space is also T_2 .
सिद्ध कीजिये कि T_2 - समष्टि का प्रत्येक उपसमष्टि भी T_2 है।

[Section - C]

This section contains **Essay Type Questions**. Attempt **any two** questions in this section in 500 words each. Each question carries **10 marks**.

इस खण्ड में दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। इस खण्ड में किन्हीं दो प्रश्नों को हल करें। प्रत्येक उत्तर 500 शब्दों में लिखें। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों का है।

- Q. 09** Let X be a topological space and $A \subset X$. Then prove that $\bar{A} = A \cup A'$ where $\bar{A}$ is the closure of A and A' be the derived set of A .
मानलो X एक सांस्थितिक समष्टि है तथा $A \subset X$ तब सिद्ध कीजिये कि $\bar{A} = A \cup A'$ जहां $\bar{A}$, A का संवरक तथा A' , A का व्युत्पन्न समुच्चय है।
- Q. 10** Let X and Y be topological spaces. Then prove that a mapping $f : X \rightarrow Y$ is continuous if and only if the inverse image under f of every open set in Y is open in X .
मानलो X तथा Y सांस्थितिक समष्टियाँ हैं तब सिद्ध कीजिये कि फलन $f : X \rightarrow Y$ संतत है यदि और केवल यदि f के अन्तर्गत Y के प्रत्येक विवृत समुच्चय का प्रतिलोम प्रतिबिम्ब X में विवृत है।
- Q. 11** Prove that every compact subspace of a Hausdorff space is closed.
सिद्ध कीजिये कि हाउसडॉर्फ, समष्टि का प्रत्येक संहत उपसमष्टि संवृत होता है।
- Q. 12** Prove that every completely regular space is regular.
सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक पूर्णतया नियमित समष्टि नियमित होती है।

_____○_____